

1 1ニューロンの学習則

入力 $x=(x_1, x_2)$ に対する1ニューロンの出力 o を以下のように与える.

$$\begin{aligned}u &= w_1x_1 + w_2x_2 - \theta \\o &= f(u)\end{aligned}$$

ただし, w_i は結合荷重, θ はしきい値, f は出力関数である. なお, 出力関数は以下のように線形関数を用いる.

$$f(u) = u$$

このとき, 誤差を以下のように定義する.

$$E = \frac{1}{2}(t - o)^2$$

ただし, t は正解 (教師データ) である.

2 課題

最急降下法による学習則を求めよ.

下記を求めることになる.

$$\begin{aligned}w_i &\rightarrow w_i - \eta \frac{\partial E}{\partial w_i} \\ \theta &\rightarrow \theta - \eta \frac{\partial E}{\partial \theta}\end{aligned}$$

最急降下法による学習則をもとめるため、 E の $w_i (i = 1, 2)$ による偏微分を求めよう。

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial w_i} &= (t - o) \left(-\frac{\partial o}{\partial w_i} \right) \\ &= -(t - o) \frac{do}{du} \frac{\partial u}{\partial w_i} \\ &= -(t - o) f'(u) x_i \\ &= -(t - o) x_i\end{aligned}$$

同様に、 E の θ による偏微分を求めよう。

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial \theta} &= (t - o) \left(-\frac{\partial o}{\partial \theta} \right) \\ &= -(t - o) \frac{do}{d\theta} \\ &= -(t - o) f'(u) (-1) \\ &= (t - o)\end{aligned}$$

したがって、学習則は以下ようになる。

$$\begin{aligned}w_i &\rightarrow w_i - \eta \frac{\partial E}{\partial w_i} = w_i + \eta(t - o)x_i \\ \theta &\rightarrow \theta - \eta \frac{\partial E}{\partial \theta} = \theta - \eta(t - o)\end{aligned}$$

なお、この学習則はパーセプトロンの誤り訂正学習と同じ形式である。